OLIMPIADA NAȚIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 30 IANUARIE 2010

Clasa a V-a

Problema 1. a) Într-o urnă sunt bile albe, negre, verzi şi roşii; câte şapte din fiecare culoare. Bilele albe sunt numerotate de la 1 până la 7. La fel şi bilele negre, verzi sau roşii. Care este cel mai mic număr de bile pe care trebuie să îl extragem din urnă, fără a le privi, pentru a fi siguri că am extras o bilă pe care este scris numărul trei?

G.M. 10 /2009

b) Un număr natural se numeşte „*olimpic*'', dacă are patru cifre şi verifică proprietatea că împărțit la un număr de trei cifre dă restul 997.Care este suma dintre cel mai mare şi cel mai mic număr „*olimpic*''?

Marieta Lefter, Călăraşi

Problema 2. Un butoi de 450 litri , plin cu apa , trebuie golit in 3 damigene de 50 litri , 6 bidoane de 20 litri , iar restul în bidoane de 5 litri şi sticle de 2 litri .

a) Putem goli butoiul , fără a folosi sticle de 2 litri ?Justificați răspunsul dat.

b) O variantă de golire a butoiului este numită „*varianta optimă*" dacă se foloseşte cel puțin o sticlă de 2 litri iar numărul bidoanelor de 5 litri folosite este cel mai mare posibil. Aflați „*varianta optimă*" care trebuie folosită pentru a goli butoiul.

Ştefan Florin Marcu , Călăraşi

Problema 3. Fie şirul de numere 3 ; 6 ; 11 ; 20 ; 37 ; 70 ;… .

a) Care este următorul termen al şirului ?

b) Numărul 2010 face parte din şir ? Justificați răspunsul dat.

c) Suma primilor 12 termeni este pătrat perfect ? Justificați răspunsul dat.

Eugen Predoiu şi Adrian Mărculescu , Călăraşi

Problema 4. a) Există numerele prime a, b, c cu proprietatea: $a^3 \cdot b^3 \cdot c + a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 + a \cdot b \cdot c = 2010$? Justificați răspunsul dat.

b) Există patru numere naturale a, b, c, d cu proprietatea: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2010$?Justificați răspunsul dat.

c) Cu câte zerouri se termină numărul $N = 1001 \cdot 1002 \cdot 1003 \cdot \ldots \cdot 2010$.

Ştefan Florin Marcu , Călăraşi şi Gheorghe Fianu , Ştefan cel Mare

SUCCES!

<u>**Notă :**</u> Durata concursului este de trei ore .
Baremul de notare este : **Problema 1.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte ; **Problema 2.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte ; **Problema 3.** a) 3 puncte ; b) 2 puncte ; c) 2 puncte ; **Problema 4.** a) 3 puncte ; b) 2 puncte ; c) 2 puncte .

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului

ISJCL

Inspectoratul Şcolar al Judeţului Călăraşi
str. Slobozie nr.28
tel. 0242.315949 fax. 0242.312810
isjcalarasi@gmail.com www.isj.cl.edu.ro

OLIMPIADA NAȚIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 30 IANUARIE 2010

Clasa a VI-a

Problema 1. a) Găsiți două numere naturale x şi y cu proprietatea $(x - y)(x + y + 1) = 2010$.

Eugen Predoiu şi Adrian Mărculescu , Călăraşi

b) Într-o clasă sunt 30 de elevi cu numerele de ordine în catalog de la 1 la 30. Un elev afirmă că dacă înmulțeşte toate numerele de ordine din catalog precedente numărului său, apoi numerele de ordine care succed numărului său, obține produse egale. Este adevărată afirmația ? Justificați răspunsul dat.

Gabriela Ruse, Călăraşi

Problema 2. a) Fie triunghiul ΔMNP şi punctele A, B astfel încât $A\in (MP)$, $B\in (NP)$, $[PA]\equiv[PB]$ şi $\measuredangle PAN \equiv \measuredangle PBM$. Dacă $(AN)\cap(BM)=\{Q\}$ şi $(PQ)\cap(MN)=\{R\}$ arătați că $\Delta QMR \equiv \Delta QNR$.

Eugenia Vlad, Călăraşi

b) Fie unghiul propriu $\measuredangle XOY$ şi punctele A, B, C, D, M astfel încât $A, C\in (OX$; $B, D\in (OY$; $(AD)\cap(BC)=\{M\}$. Dacă $\Delta AOD \equiv \Delta BOC$ arătați că $[OM$ este bisectoarea unghiului $\measuredangle XOY$.

Sorin Furtună ,Călăraşi şi Stelică Pană, Chirnogi

Problema 3. a) Pe dreapta d se iau punctele distincte A şi B, iar pe $AB\setminus[AB]$ se consideră 2009 puncte distincte. Să se arate că suma distanțelor de la punctul A la cele 2009 puncte este diferită de suma distanțelor de la punctul B la cele 2009 puncte.

G.M. 12 /2009

b) Fie $a\in\mathbb{N}$, a impar şi mulțimea $M_a=\{(p,q) \mid p,\ q$ numere prime şi $p+q=\overline{aaa}\}$. Câte elemente are mulțimea $M_1 \cup M_3 \cup \ldots \cup M_9$?

Georgeta Cioboată, Călăraşi

Problema 4. a) Arătați că : $\dfrac{\overline{aaa}+\overline{aab}+\overline{aba}+\overline{baa}+\overline{abb}+\overline{bab}+\overline{bba}+\overline{bbb}}{4(a+b)}=111$.

b) Fie $m, n, a, b\in\mathbb{N}^*$. Arătați că dacă $\dfrac{a+b}{m+n}\in\mathbb{N}^*$ atunci $\dfrac{ma-nb}{m+n}\in\mathbb{N}^*$.

Ştefan Florin Marcu , Călăraşi

SUCCES!

Notă : Durata concursului este de trei ore .
Baremul de notare este : **Problema 1.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte ; **Problema 2.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte ; **Problema 3.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte ; **Problema 4.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte .

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului

Inspectoratul Şcolar al Judeţului Călăraşi
str. Slobozie nr.28
tel. 0242.315949 fax. 0242.312810
isjcalarasi@gmail.com **www.isj.cl.edu.ro**

OLIMPIADA NAȚIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 30 IANUARIE 2010

Clasa a VII-a

Problema 1. a) În triunghiul ΔABC punctul P este mijlocul segmentului $[BC]$ iar punctul $Q\in[AC]$. Dacă $QC=2AQ$ şi $(AP)\cap(BQ)=\{S\}$ arătați că $[AS]\equiv[SP]$.

b) Fie dreptunghiul *ABCD* şi punctele *E*, *F*, *M*, *N* astfel încât $E\in(AB)$, $N\in(BC)$, $M\in(CD)$, $F\in(DA)$. Dacă $FN\parallel AB$, $EM\parallel BC$, $EM\cap FN=\{G\}$ şi ariile dreptunghiurilor *EBNG*, *CMGN*, *DFGM* sunt egale cu 35, 42, 36 să se determine aria dreptunghiului *AEGF*.

Viorica Stoianovici, Călăraşi

Problema 2. Numerele naturale nenule x, y şi z verifică egalitatea : $\frac{3x}{4y+5z}=\frac{4y}{5z+3x}=\frac{5z}{3x+4y}$.

a) Demonstrați că $\sqrt{\frac{2}{x^2}+\frac{2}{y^2}+\frac{2}{z^2}}\in\mathbb{Q}$.

b) Dacă , în plus , se ştie că $6x+7y-2z=2010$, să se determine numerele x, y şi z.

Relu Ciupea , Oltenița

Problema 3. În paralelogramul *ABCD* punctul *M* este mijlocul laturii *AD* şi punctul $D'\in(DC)$ astfel încât $DC=3DD'$. Dacă $AD\cap BD'=\{E\}$, *F* este simetricul lui *E* fata de *M* iar paralela prin *M* la dreapta *DC* intersectează dreapta *BE* în punctul *G* să se arate ca punctele *F*, *G* şi *C* sunt coliniare.

Cristina Bornea, Călăraşi

Problema 4. a) Fie numerele $a=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\dots+\frac{1}{2009}$ şi $b=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\dots+\frac{1}{2010}$. Arătați că : $a-b=\frac{1}{1006}+\frac{1}{1007}+\dots+\frac{1}{2010}$.

b) Pe o tablă de şah 2009×2009 sunt aşezați 2009^2 pioni, câte unul în fiecare căsuță. Fiecare pion se mută într-o căsuță, care are o latură comună cu căsuța lui. Să se arate că rămâne o căsuță liberă.

G.M. 10 /2009

SUCCES!

Notă : Durata concursului este de trei ore .
Baremul de notare este : **Problema 1.** a) 4 puncte ; b) 3 puncte ; **Problema 2.** a) 4 puncte ; b) 3 puncte ; **Problema 3.** 7 puncte ; **Problema 4.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte.

OLIMPIADA NAȚIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 30 IANUARIE 2010

Clasa a VIII-a

Problema 1. a) Să se rezolve în $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ ecuația : $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}=\frac{1}{\sqrt{8}}$.

b) Dacă $x,\ y \in (0,+\infty)$, $x \cdot y = 1$ atunci arătați că : $\frac{x}{x^2+1}+\frac{y}{y^2+1} \le 1$.

Gheorghe Fianu , Ştefan cel Mare

Problema 2. Fie mulțimile $A=\left\{n \in \mathbb{N} \middle| \sqrt{1^3+2^3+3^3+4^3+5^n} \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\right\}$, $B=\left\{4n+2 \middle| n \in \mathbb{Z}\right\}$, şi $C=\left\{a^2-b^2 \middle| a,\ b \in \mathbb{Z}\right\}$.

a) Determinați mulțimea A .
b) Determinați mulțimea $B \cap C$.

Gheorghe Stoianovici, Călăraşi

Problema 3. Fie $a \in (0,+\infty)$, un triunghi dreptunghic ΔABC şi D un punct care nu aparține planului (ABC). Dacă $m(\measuredangle BAC)=90^\circ$, $AB=a$, $BC=2a$, $DB \perp (ABC)$ şi $BD = a\sqrt{2}$ atunci:

a) Aflați măsura unghiului format de dreapta CD cu planul (ABD) .
b) Dacă $AE \perp CD$, $E \in CD$, $BF \perp CD$, $F \in CD$ calculați distanța dintre punctele E şi F.
c) Determinați măsura unghiului dintre dreptele AE şi BF.

Sorin Furtună ,Călăraşi şi Stelică Pană, Chirnogi

Problema 3. a) Pe o circumferință sunt scrise 2009 numere. Pentru fiecare număr, suma celor 2 vecini ai săi este un multiplu de 3. Să se arate că toate numerele sunt divizibile cu 3.

b) Pe o tablă de şah 2009×2009 sunt aşezați 2009^2 pioni, câte unul în fiecare căsuță. Fiecare pion se mută într-o căsuță, care are o latură comună cu căsuța lui. Să se arate că rămâne o căsuță liberă.

G.M. 10-11 /2009

SUCCES!

Notă : Durata concursului este de trei ore .
Baremul de notare este : **Problema 1.** a) 4 puncte ; b) 3 puncte ; **Problema 2.** a) 4 puncte ; b) 3 puncte ; **Problema 3.** a) 3 puncte ; b) 2 puncte; c) 2 puncte; **Problema 4.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte.